# 3. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

Abgabe der Lösungen: in den Übungen am 7.5.07

**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

Der klassische Elektronenradius $R_e$ ist durch die Annahme definiert, dass die relativistische Ruheenergie des Elektrons $m_e c^2$ durch die von ihm erzeugte elektrische Feldenergie gegeben ist. Berechnen Sie $R_e$ unter der Annahme, dass die Ladung des Elektrons gleichmäßig

a) über die Oberfläche einer Kugel vom Radius $R_e$

b) innerhalb einer Kugel vom Radius $R_e$

verteilt ist.
($e = 4,803 \cdot 10^{-10}\sqrt{\text{dyn}}\,\text{cm}$, $m_e = 9,109 \cdot 10^{-28}\,\text{g}, c = 2,998 \cdot 10^{10}\text{cm/s}$)

**Aufgabe 2:** (6 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass sich die Gleichung

$$U = \frac{1}{8\pi} \int d^3r\ \vec{E}^2$$

umformen lässt zu

$$U = \frac{1}{2} \int d^3r \int d^3r'\ \frac{\rho(\vec{r})\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

Sie dürfen annehmen, dass im Unendlichen alle Felder so schnell abfallen, dass bei einer partiellen Integration Randterme vernachlässigt werden können.

b) lösen Sie mit dem neuen Ausdruck für $U$ noch einmal Aufgabe 1a).

**Aufgabe 3:** (3 Punkte)

Ein kugelsymmetrisches elektrostatisches Potential sei gegeben durch

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{r} \exp(-\alpha r) \left(1 + \frac{\alpha r}{2}\right).$$

Bestimmen Sie die Ladungsverteilung, von der dieses Potential erzeugt wird, und die zugehörige Gesamtladung.

**Aufgabe 4:** (7 Punkte)

Die Laplacegleichung in Kugelkoordinaten,

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\phi) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\varphi^2} = 0,$$

soll untersucht werden. Setzen Sie dazu den Ansatz

$$\phi(\vec{r}) = \frac{U(r)}{r}P(\theta)Q(\varphi)$$

in die Laplacegleichung ein, und führen Sie anschließend eine Separation durch. Lösen Sie zunächst die Gleichungen für $U$ und $Q$. Die Gleichung für $P(\theta)$ sollte Sie nach einer geeigneten Substitution auf eine Differentialgleichung der Form

$$\frac{d}{dx}\left((1-x^2)\frac{d\tilde{P}(x)}{dx}\right) + \left(l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2}\right)\tilde{P}(x) = 0$$

führen. Sie dürfen annehmen, dass diese nur für

$$l = 0, 1, 2, ... \qquad m = -l, -l+1, ..., l-1, l$$

zu physikalisch sinnvollen Lösungen führt. Diese Lösungen sind durch die sogenannten Legendre-Polynome $P_{lm}(x)$ gegeben. Fügen Sie am Ende alle Teile zu einer allgemeinen Gesamtlösung zusammen.